

### Užduotis I-1

Nustatykite visus realiuosius skaičius  $A$ , tenkinančius sąlygą: kiekvienoje tokioje nenulinių realiųjų skaičių sekoje  $x_1, x_2, \dots$ , kad

$$x_{n+1} = A - \frac{1}{x_n}$$

visiems natūraliesiems  $n \geq 1$ , yra tik baigtinis neigiamų narių kiekis.

### Užduotis I-2

Duoti natūralieji skaičiai  $m$  ir  $n$ . Kai kurie  $m \times n$  lentelės langeliai yra raudoni. Poromis skirtingų raudonų langelių seką  $a_1, a_2, \dots, a_{2r}$ , kur  $2r \geq 4$ , vadinsime *rikio trasa*, jei kiekvienam  $k \in \{1, \dots, 2r\}$  langeliai  $a_k$  ir  $a_{k+1}$  yra vienoje įstrižainėje, bet langeliai  $a_k$  ir  $a_{k+2}$  nėra vienoje įstrižainėje (čia  $a_{2r+1} = a_1$  ir  $a_{2r+2} = a_2$ ).

Kiekvienai skaičių  $m$  ir  $n$  porai nustatykite, kiek daugiausiai raudonų langelių gali būti  $m \times n$  lentelėje, kurioje nėra nė vienos rikio trasos.

(*Pastaba.* Du langeliai yra vienoje įstrižainėje, kai tiesė, einanti per jų centrus, lentelės kraštines kerta  $45^\circ$  kampu.)

### Užduotis I-3

Taškas  $D$  yra smailiojo trikampio  $ABC$  kraštinės  $BC$  vidaus taškas. Taškai  $A$ ,  $E$  ir  $F$  tiesės  $BC$  atžvilgiu yra toje pačioje pusplokštumėje. Tiesė  $DE$  yra statmena tiesei  $BE$  ir liečia trikampio  $ACD$  apibrėžtinį apskritimą. Tiesė  $DF$  yra statmena tiesei  $CF$  ir liečia trikampio  $ABD$  apibrėžtinį apskritimą. Įrodykite, kad taškai  $A$ ,  $D$ ,  $E$  ir  $F$  priklauso vienam apskritimui.

### Užduotis I-4

Duotas natūralusis skaičius  $n \geq 3$ . Voverė Vaiva tupi taisyklingojo  $n$ -kampio viršūnėje. Vaiva ketina atlikti  $n - 1$  šuolį, laikydamasi taisyklės:  $i$ -tojo šuolio (čia  $i \in \{1, \dots, n - 1\}$ ) metu ji peršoks į viršūnę, kurią nuo Vaivos esamos padėties pagal laikrodžio rodyklę skiria  $i$  kraštinių. Įrodykite: jei po  $\lceil \frac{n}{2} \rceil$  šuolių Vaiva bus apsilankiusi  $\lceil \frac{n}{2} \rceil + 1$  skirtingose viršūnėse, tai po  $n - 1$  šuolio ji bus apsilankiusi visose viršūnėse.

(*Pastaba.* Kiekvienam realiajam skaičiui  $x$  užrašas  $\lceil x \rceil$  žymi mažiausią sveikąjį skaičių, ne mažesnį už  $x$ .)